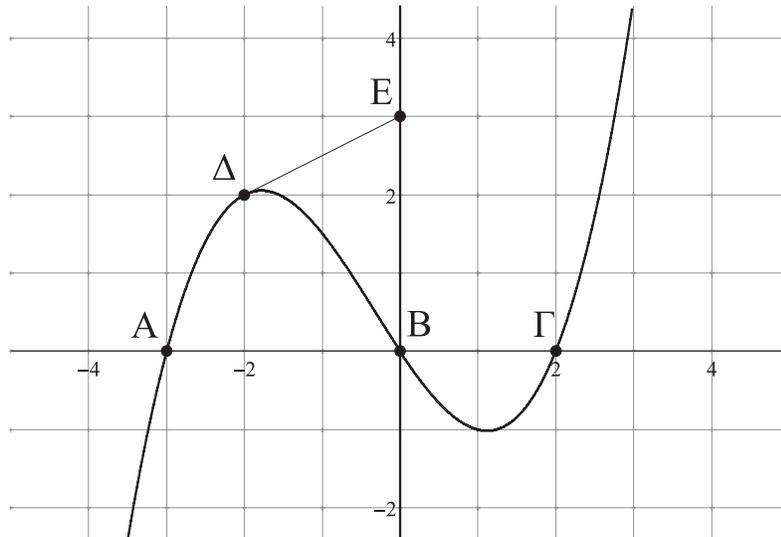

ΤΑΞΗ Γ
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
1ο Τρίωρο Διαγώνισμα
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2000-2001
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΖΗΤΗΜΑ 1

$$f(x) = \alpha(x - \kappa)(x - \lambda)(x - \mu)$$



1. Να βρείτε τον τύπο της f .

12 ΜΟΝΑΔΕΣ

2. Να επαληθεύσετε ότι η ευθεία ΔE είναι εφαπτομένη της C_f .

8 ΜΟΝΑΔΕΣ

3. Να εξετάσετε αν υπάρχει εφαπτομένη της C_f που είναι κάθετη στην ΔE .

5 ΜΟΝΑΔΕΣ

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω:

$$z = 3 + 4i \text{ και } \omega = \cos\frac{2\pi}{3} + i\eta\mu\frac{2\pi}{3}$$

1. Να υπολογίσετε τα μέτρα των μιγαδικών ω, ω^2 .

12 ΜΟΝΑΔΕΣ

2. Να αποδείξετε ότι οι εικόνες των μιγαδικών αριθμών

$$z, \omega z, \omega^2 z$$

ανήκουν σε κύκλο με κέντρο την αρχή των αξόνων.

8 ΜΟΝΑΔΕΣ

3. Να αποδείξετε ότι οι μιγαδικοί αριθμοί

$$\frac{1}{z-5}, \frac{1}{\omega z-5}, \frac{1}{\omega^2 z-5}$$

έχουν ίσα πραγματικά μέρη.

5 ΜΟΝΑΔΕΣ

ΖΗΤΗΜΑ 3

Μία λίμνη μολύνεται από διαρροή τοξικού υγρού.

Η ποσότητα, σε λίτρα, $\varphi(t)$ του υγρού που έχει εισρεύσει στη λίμνη μετά πάροδο χρόνου t ωρών είναι:

$$\varphi(t) = \begin{cases} \frac{2t}{5-t} & \alpha\nu t \leq 4 \\ 10t - 32 & \alpha\nu t > 4 \end{cases}$$

Η διαρροή διήρκεσε 10 ώρες.

1. Να υπολογίσετε πόσα λίτρα τοξικού υγρού διοχετεύθηκαν στη λίμνη.

12 ΜΟΝΑΔΕΣ

2. Να βρείτε ποια χρονική στιγμή t_0 υπήρχαν στη λίμνη 8 λίτρα τοξικού υγρού.

8 ΜΟΝΑΔΕΣ

3. Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της φ κατά την χρονική στιγμή t_0 του προηγούμενου ερωτήματος (β')

7 ΜΟΝΑΔΕΣ

ΖΗΤΗΜΑ 4

1. Έστω α, β, γ πραγματικοί αριθμοί με $\alpha > \beta \geq \gamma \geq 1$.
Να βρείτε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\alpha^x - \beta^x - \gamma^x)$$

12 ΜΟΝΑΔΕΣ

2. Έστω α, β, γ πραγματικοί αριθμοί με $\alpha > \beta \geq \gamma \geq 1$.
Να αποδείξετε ότι η εξίσωση

$$\alpha^x - \beta^x - \gamma^x = 0$$

έχει ακριβώς μία λύση.

8 ΜΟΝΑΔΕΣ

3. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ του οποίου η πλευρά α είναι μεγαλύτερη από τις δύο άλλες.
Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένας μοναδικός θετικός αριθμός x έτσι ώστε

$$\alpha^x = \beta^x + \gamma^x$$

5 ΜΟΝΑΔΕΣ