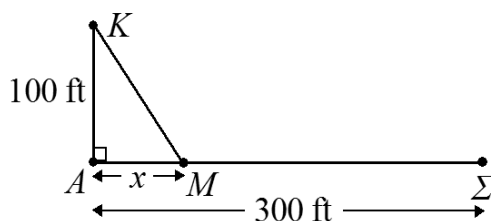


ΖΗΤΗΜΑ 1

Ένας κολυμβητής K βρίσκεται στη θάλασσα 100ft μακριά από το πλησιέστερο σημείο A μιας ευθύγραμμης ακτής, ενώ το σπίτι του Σ βρίσκεται 300ft μακριά από το σημείο A . Υποθέτουμε ότι ο κολυμβητής μπορεί να κολυμβήσει με ταχύτητα 3ft/s και να τρέξει στην ακτή με ταχύτητα 5ft/s .



1. (α') Να αποδείξετε ότι για να διανύσει τη διαδρομή $KM\Sigma$ του διπλανού σχήματος χρειάζεται χρόνο

$$T(x) = \frac{\sqrt{100^2 + x^2}}{3} + \frac{300 - x}{5}$$

- (β') Για ποια τιμή του x ο κολυμβητής θα χρειαστεί το λιγότερο δυνατό χρόνο για να φθάσει στο σπίτι του.
2. Να αποδείξετε ότι η διαφορά των χρόνων που απαιτούνται για δύο οποιοσδήποτε διαδρομές $KM\Sigma$ που μπορεί να πραγματοποιήσει ο κολυμβητής (το M μεταξύ των A , Σ) δεν υπερβαίνει τα 19sec .

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω f μια συνάρτηση, δυο φορές παραγωγίσιμη στο $[-2, 2]$, για την οποία ισχύει

$$f^2(x) - 2f(x) + x^2 - 3 = 0.$$

1. Να αποδείξετε ότι η f δεν έχει σημεία καμπής.
2. (α') Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχουν $x_1, x_2 \in (-2, 2)$ με $x_1 \neq x_2$ ώστε οι εφαπτομένες της C_f στα σημεία της με τετμημένες x_1, x_2 να είναι παράλληλες.
- (β') Υποθέτουμε ότι $f(0) = 3$. Να αποδείξετε ότι

$$f(x) = 1 + \sqrt{4 - x^2}, \quad \text{για κάθε } x \in [-2, 2].$$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ