
ΤΑΞΗ Γ
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
Διαγώνισμα στα Όρια και τη Συνέχεια Συναρτήσεων
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2014-2015
Καθηγητές: Ν.Σ. Μαυρογιάννης, Αλκιβιάδης Τζελέπης, Σωτήρης Χασάπης

ΖΗΤΗΜΑ 1

Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{x+2}{x^{10} + x + 3}.$$

1. Βρείτε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. Να αποδείξετε ότι για κάθε $t \in (0, \frac{2}{3})$ η εξίσωση $f(x) = t$ έχει τουλάχιστον μία θετική λύση.

ΖΗΤΗΜΑ 2

1. Να βρείτε συνάρτηση f ορισμένη στο \mathbb{R} τέτοια ώστε να ισχύει

$$(g \circ f)(x) = |\sin x| \quad \text{για κάθε } x$$

$$\text{αν } g(x) = \sqrt{1-x^2}.$$

2. Να βρείτε συνεχή συνάρτηση f ορισμένη στο $[-\pi, \pi]$, γνησίως αύξουσα στο $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ και τέτοια ώστε να ισχύει

$$(g \circ f)(x) = |\sin x| \quad \text{για κάθε } x$$

$$\text{αν } g(x) = \sqrt{1-x^2}.$$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο A1vi). 186

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο B6iii) σελ. 148