
ΤΑΞΗ Γ
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
Διαγώνισμα στα Όρια και τη Συνέχεια Συναρτήσεων
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2014-2015
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΘΕΜΑ 1

Δίνεται η συνάρτηση

$$\varphi(x) = \frac{x - \sqrt{x^2 + 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}}.$$

Βρείτε τα όρια:

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x)$
2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\varphi \circ \varphi)(x)$

ΘΕΜΑ 2

Οι συναρτήσεις f, g είναι ορισμένες και συνεχείς στο $[0, 1]$ και πληρούν τις σχέσεις

$$f(0) < g(0) \quad \text{και} \quad f(1) > g(1)$$

1. Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον $\xi \in [0, 1]$ ώστε $f(\xi) = g(\xi)$.
2. Δίνεται επιπλέον ότι οι f, g είναι γνησίως μονότονες και η $g \circ f$ είναι γνησίως φθίνουσα. Να αποδείξετε ότι το ξ του ερωτήματος 1. είναι μοναδικό.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο Α3ν). 187

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο Β4 σελ. 199