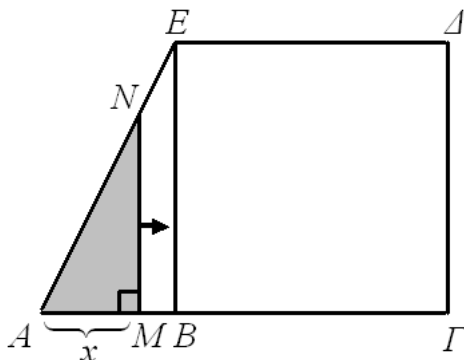

ΤΑΞΗ Γ
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
Διαγώνισμα στα Όρια και τη Συνέχεια Συναρτήσεων
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2013-2014
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΘΕΜΑ 1

1. Στο σχήμα είναι, $AB = 1$, $AG = 3$ και $\Gamma\Delta = 2$. Να εκφράσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου ως συνάρτηση του $x = AM$, όταν το M διαγράφει το ευθύγραμμο τμήμα AG .



2. Η συνάρτηση του προηγούμενου ερωτήματος:

- (α') Είναι αντιστρέψιμη;
(β') Ποιο σύνολο τιμών έχει;

ΘΕΜΑ 2

Έστω μία συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής στο \mathbb{R} και για κάθε $x \in \mathbb{R}^*$ ισχύει:

$$xf(x) = \sin x - 1$$

1. Να βρείτε το $f(0)$.
2. (α') Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = -\frac{1}{2}$ έχει μία τουλάχιστον λύση στο διάστημα $(0, \pi)$.
(β') Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
(γ') Έστω ρ μία οποιαδήποτε θετική ρίζα της f . Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow \rho} f\left(\frac{1}{f(x)}\right)$.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ