

---

ΤΑΞΗ Γ  
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ  
Διαγώνισμα στους Μιγαδικούς Αριθμούς  
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2013-2014  
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

---

ΘΕΜΑ 1

Για τους μιγαδικούς αριθμούς  $z$  ισχύει  $|z| = 1$ .

1. Να βρείτε που ανήκουν οι εικόνες των μιγαδικών  $w = 2z + 1$ .
2. Με  $w = 2z + 1$ :
  - (α') Για ποια  $z$  οι εικόνες των μιγαδικών  $0, z, w$  είναι σημεία συνευθειακά;
  - (β') Να βρείτε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του  $|z w|$ .

ΘΕΜΑ 2

1. Να λύσετε την εξίσωση  $x + \frac{1}{x} = 1$ .
2. (α') Να αποδείξετε ότι αν  $x + \frac{1}{x} = 1$  τότε ισχύει  $x^3 + \frac{1}{x^3} = -2$ .  
(β') Να βρείτε μιγαδικό αριθμό  $z$  τέτοιο ώστε να ισχύει

$$|z| = 1 \quad \text{και} \quad z + \bar{z} = 1.$$

---

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ZΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο Α1, σελ. 101

ZΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο Α13 γ) σελ. 96