
ΤΑΞΗ Γ
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
Διαγώνισμα στις Παραγώγους
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2011-2012
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΖΗΤΗΜΑ 1

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \ln x}{1-x} & , \quad 0 < x \neq 1 \\ -1 & , \quad x = 1 \end{cases}$$

1. Να αποδείξετε ότι

(α') Η f είναι συνεχής.

(β') $f'(1) = -\frac{1}{2}$

2. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

ΖΗΤΗΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = ax^3 + 3x^2 + x + 1, \quad a \in \mathbb{R}^*$$

1. Να βρείτε τις τιμές του a για τις οποίες η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

2. (α') Να αποδείξετε ότι για όλα τα x ισχύει $3f(x) - xf'(x) > 0$.

(β') Να βρείτε το πλήθος των ριζών της f .

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο B4 i)σελ. 286

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο B6 σελ. 257