
ΤΑΞΗ Γ
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
Διαγώνισμα στα Ολοκληρώματα
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2010-2011
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΖΗΤΗΜΑ 1

Αν για τις συνεχείς συναρτήσεις f, g ισχύει $\int_1^3 f(x) dx = 5$ και $\int_1^3 g(x) dx = -2$.

1. Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα

$$(\alpha') \int_1^3 (2f(x) - 6g(x)) dx$$

$$(\beta') \int_1^3 (2f(x) - g(x)) dx$$

2. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση

$$2f(x) + 5g(x) = 0$$

έχει μία τουλάχιστον λύση στο διάστημα $[1, 3]$.

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}, \quad x \in [1, e^2]$$

1. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^{e^2} f(x) dx$.

2. (α') Να αποδείξετε ότι η f είναι αντιστρέψιμη.

(β') Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από

- την γραφική παράσταση της f^{-1} και
- τις ευθείες $x = 0, x = \frac{2}{e}, y = 0$.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ Σχολικό βιβλίο, σελίδα 333, Α, 4,
ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο, σελίδα 339, Β, 9, i)