
ΤΑΞΗ Γ
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
Διαγώνισμα στις Παραγώγους
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2009-2010
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΖΗΤΗΜΑ 1

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \ln x}{1-x} & , \quad 0 < x \neq 1 \\ -1 & , \quad x = 1 \end{cases}$$

1. Να αποδείξετε ότι:

(α') η f είναι συνεχής

(β') $f'(1) = -\frac{1}{2}$

2. Να βρείτε το σύνολο τιμών της f .

ΖΗΤΗΜΑ 2

Θεωρούμε τις συναρτήσεις

$$f(x) = 2^x$$

και

$$g(x) = -x^2 + 2x + 1$$

1. Να αποδείξετε με το θεώρημα του Rolle ή με άλλο τρόπο ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g έχουν ακριβώς δυο κοινά σημεία τα $A(0, 1)$, $B(1, 2)$.

2. Έστω $h(x) = f(x) - g(x)$. Να αποδείξετε ότι

(α') Η h είναι κυρτή.

(β') Η h έχει ελάχιστη τιμή

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο Β4 σελ. 286

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο Β7 σελ. 250