

---

ΤΑΞΗ Γ  
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ  
Διαγώνισμα στους Μιγαδικούς Αριθμούς  
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2008-2009  
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

---

ΖΗΤΗΜΑ 1

Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  με  $\gamma^2 + \delta^2 \neq 0$ .

1. Να εξετάσετε πότε το πηλίκο  $\frac{\alpha+\beta i}{\gamma+\delta i}$  είναι πραγματικός αριθμός.
2. Να αποδείξετε ότι αν ο αριθμός  $\frac{\alpha+\beta i}{\gamma+\delta i}$  είναι πραγματικός τότε και ο αριθμός  $\frac{\alpha+\gamma i}{\beta+\delta i}$  είναι πραγματικός.

ΖΗΤΗΜΑ 2

Θεωρούμε όλους τους μιγαδικούς αριθμούς  $z$  για τους οποίους ισχύει

$$\operatorname{Re}\left(z + \frac{1}{z}\right) = 5\operatorname{Re}(z) \quad (1)$$

1. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των εικόνων των μιγαδικών  $z$  που ικανοποιούν την (1).
2. (α') Ποιοί από τους μιγαδικούς αριθμούς  $z$  που ικανοποιούν την (1) έχουν φανταστικό μέρος  $\frac{1}{4}$ ;  
(β') Να αποδείξετε ότι αν ο μιγαδικός αριθμός  $z$  ικανοποιεί την (1) και  $w = 2^{2008}z^{2009}$  τότε ισχύει  $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{w}\right) = 4\operatorname{Re}(w)$ .

---

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο Β1 σελ. 96

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο Β9 σελ. 97