
ΤΑΞΗ Γ
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
Διαγώνισμα στα Όρια και τη Συνέχεια Συναρτήσεων
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2007-2008
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΖΗΤΗΜΑ 1

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(1 - e^x)$

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f
2. (α') Να βρείτε το σύνολο τιμών της f .
(β') Να δείξετε ότι η f είναι αντιστρέψιμη και ότι $f^{-1} = f$.

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω μία συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε

$$\lim_{x \rightarrow 1} (4f(x) + 2 - 4x) = -10$$

1. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.
2. (α') Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 4}{f(x) + 2}$
(β') Υποθέτουμε ότι η f είναι συνεχής και γνησίως μονότονη. Έστω:
 - $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε $g(x) (f(x) + 2)^2 = 1$ για κάθε $x \neq 1$.
 - $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, συνεχής τέτοια ώστε: $h(0) > g(0)$.
 - i. Να μελετήσετε ως προς τη συνέχεια την συνάρτηση g .
 - ii. Να αποδείξετε ότι οι C_g, C_h έχουν ένα τουλάχιστον κοινό σημείο με τετμημένη στο διάστημα $(0, 1)$.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο A1 iv) σελ. 145

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο B4 i) σελ. 176