

---

ΤΑΞΗ Γ  
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ  
Διαγώνισμα στους Μιγαδικούς Αριθμούς  
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2007-2008  
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

---

ΖΗΤΗΜΑ 1

Έστω  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

1. Να αποδείξετε ότι

$$(\alpha + \beta i)^{10} + (\beta - \alpha i)^{10} = 0$$

2. Αν  $|\alpha| + |\beta| \neq 0$  να βρείτε για ποιές τιμές του θετικού ακεραίου  $n$  ισχύει

$$(\alpha + \beta i)^n + (\beta - \alpha i)^n = 0$$

ΖΗΤΗΜΑ 2

1. Να βρείτε πού ανήκουν οι εικόνες των μιγαδικών  $z$  για τους οποίους ισχύει

$$|z - i| > |z + 1|$$

2. Για τους μιγαδικούς αριθμούς  $z, v$  είναι γνωστό ότι

$$|z - i| > |z + 1|, \quad |v - i| > |v + 1|$$

(α') Να αποδείξετε ότι  $|z + v - i| > |z + v + 1|$

(β') Να βρείτε πού ανήκει η εικόνα του

$$w = \frac{1}{z + 1}$$

---

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο Β4 σελ. 96

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο Α6 σελ. 101