

---

ΤΑΞΗ Γ  
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ  
Διαγώνισμα στις Παραγώγους  
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2006-2007  
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

---

ΖΗΤΗΜΑ 1

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 - 3x + 1$$

με  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  η οποία παρουσιάζει τοπικά ακρότατα στα σημεία  $x_1 = -1$  και  $x_2 = 1$ .

1. Να βρείτε τις τιμές των  $\alpha, \beta$  και να καθορίσετε το είδος των ακροτάτων.
2. Για τις τιμές των  $\alpha, \beta$  που βρήκατε στο ερώτημα 1. και για τις διάφορες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης  $f(x) = \lambda$ .

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω μία συνάρτηση  $f$  η οποία είναι συνεχής στο  $[-1, 1]$ , παραγωγίσιμη στο  $(-1, 1)$  και ισχύει

- $f'(x) \leq 1$  για κάθε  $x \in (-1, 1)$
- $f(-1) = -1$
- $f(1) = 1$

1. Εφαρμόζοντας το θεώρημα μέσης τιμής σε κάθε ένα από τα διαστήματα  $[-1, 0]$ ,  $[0, 1]$ , ή με άλλο τρόπο, να αποδείξετε ότι  $f(0) = 0$ .
2. Να βρείτε τη συνάρτηση  $f$ .

---

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο Α5 σελ. 268

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο Β6 σελ. 250