

---

ΤΑΞΗ Γ  
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ  
Διαγώνισμα στα Όρια και τη Συνέχεια Συναρτήσεων  
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2006-20057  
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

---

ΖΗΤΗΜΑ 1

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = x^2 + 1$  και  $g(x) = \sqrt{x-2}$ .

1. Να προσδιορίσετε τις συναρτήσεις  $g \circ f$  και  $f \circ g$ .
2. Να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow +\infty} ((f \circ g)(x) - (g \circ f)(x))$ .

ΖΗΤΗΜΑ 2

Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση  $f(x) = x^5 + 2x + 1$ .

1. Να βρείτε έναν ακέραιο  $\alpha$  τέτοιον, ώστε στο διάστημα  $(\alpha, \alpha + 1)$  η εξίσωση  $f(x) = 0$  να έχει μία τουλάχιστον ρίζα
2. Να αποδείξετε ότι:
  - (α') Η  $f$  έχει σύνολο τιμών το  $\mathbb{R}$ .
  - (β') Η  $f$  είναι αντιστρέψιμη.
  - (γ') Ισχύει  $-1 < f^{-1}(0) < 0$ .
  - (δ') Για κάθε  $x, x_0$  ισχύει  $|f^{-1}(x) - f^{-1}(x_0)| \leq \frac{1}{2} |x - x_0|$ .
  - (ε') Η  $f^{-1}$  είναι συνεχής.

---

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο A11 i) σελ. 146  
ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο A7 ii) σελ. 198