
ΤΑΞΗ Γ
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΤΘΤΝΣΗ
Διαγώνισμα στους Μιγαδικούς Αριθμούς
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 20046-20056
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΖΗΤΗΜΑ 1

Έστω ν φυσικός αριθμός.

1. Πόσες διαφορετικές τιμές μπορεί να πάρει η παράσταση $i^\nu + i^{-\nu}$;
2. Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$(i^\nu + i^{-\nu})(i^{\nu+1} + i^{-\nu-1})$$

ΖΗΤΗΜΑ 2

Θεωρούμε τους μιγαδικούς αριθμούς z της μορφής

$$z = \frac{1 + xi}{x + i}, \quad x \in \mathbb{R} \tag{1}$$

Έστω \mathcal{M} ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων των μιγαδικών z .

1. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο \mathcal{M} .
2. (α') Να αποδείξετε ότι κάθε σημείο του \mathcal{M} είναι εικόνα ενός μιγαδικού της μορφής (1).
(β') Έστω $\alpha \in \mathbb{R}$ με $\alpha \neq \pm 1$. Έστω ότι η εικόνα του μιγαδικού $w \neq \frac{\alpha-i}{1-\alpha i}$ ανήκει στο \mathcal{M} . Να αποδείξετε ότι και η εικόνα του μιγαδικού $\frac{w-\alpha}{\alpha w-1}$ ανήκει στο \mathcal{M} .

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο Β4 σελ. 96

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο Α6 σελ. 101