

---

ΤΑΞΗ Γ  
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ  
Διαγώνισμα στα Ολοκληρώματα  
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2005-2006  
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

---

ΖΗΤΗΜΑ 1

1. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int \frac{\eta\mu\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx$$

2. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$\varphi(x) = \frac{\eta\mu\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$$

και τις ευθείες  $x = \frac{1}{4\pi}$ ,  $x = \frac{1}{2\pi}$  και  $y = 0$ .

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  συνεχής και

$$F(x) = \int_0^x x f(t) dt$$

1. Να βρείτε την  $F'(x)$ .
2. Να αποδείξετε ότι αν η  $F$  έχει μία θετική ρίζα  $m$  τότε η  $f$  έχει μία τουλάχιστο θετική ρίζα μικρότερη της  $m$ .

---

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο A3 iii) σελ. 316

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο B4 ii) σελ. 339