
ΤΑΞΗ Γ΄
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
Διαγώνισμα στις Παραγώγους
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2004-2005
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΖΗΤΗΜΑ 1

Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \eta\mu x & , \quad x < 0 \\ x & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$

1. Να βρείτε, όπου ορίζεται την παράγωγο της f .
2. (α΄) Έχει η f σημεία καμπής;
(β΄) Έχει η f κατακόρυφες ασυμπτώτους;

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω η συνάρτηση $f(x) = e^x - x$.

1. Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα τη συνάρτηση f .
2. (α΄) Να αποδείξετε ότι για κάθε $t \in (0, +\infty)$ η εξίσωση

$$f(x) = tx + 1 \tag{1}$$

έχει ακριβώς μία θετική ρίζα.

- (β΄) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση

$$g(x) = \frac{f(x) - 1}{x}, \quad x > 0$$

είναι γνησίως αύξουσα.

- (γ΄) Έστω φ η συνάρτηση που αντιστοιχίζει στο $t \in (0, +\infty)$ τη μοναδική θετική ρίζα της εξίσωσης (1). Να αποδείξετε ότι η φ είναι γνησίως αύξουσα.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο A2 ii) σελ. 227

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο A4 i) σελ. 268