
ΤΑΞΗ Γ'
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
Διαγώνισμα στους Μιγαδικούς Αριθμούς
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2004-2005
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΖΗΤΗΜΑ 1

Έστω ο μιγαδικός αριθμός z με $z \neq 0$.

1. Να δείξετε ότι ο $\frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z}$ είναι πραγματικός και ότι

$$-2 \leq \frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z} \leq 2$$

2. Να εξετάσετε πότε στην παραπάνω ανισότητα ισχύει το ίσον (Δύο περιπτώσεις).

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω $A = A(z) = |1 + z|^2 + |1 - z|^2$.

1. Αν $|z| = 1$ να βρείτε την τιμή της παράστασης A .
2. Έστω S το σύνολο των μιγαδικών αριθμών z για τους οποίους ισχύει

$$A(z - 5 - 3i) = 10$$

Να βρείτε ποιος μιγαδικός από το S , έχει ελάχιστο μέτρο.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο Β6 σελ. 96

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο Β7 σελ. 102