

---

ΤΑΞΗ Γ'  
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ  
Διαγώνισμα στους Μιγαδικούς Αριθμούς  
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2003-2004  
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

---

ΖΗΤΗΜΑ 1

Έστω  $z = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ .

1. Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$\frac{1}{z^2 - z}$$

2. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο της εικόνας των μιγαδικών  $w$  για τους οποίους ισχύει

$$z\bar{w} + \bar{z}w = 18$$

ΖΗΤΗΜΑ 2

1. (α') Αν  $|z| = 1$  να δείξετε ότι  $\bar{z} = \frac{1}{z}$ .  
(β') Αν για τους μιγαδικούς  $z_1, z_2, \dots, z_k$  ισχύει

$$|z_1| = |z_2| = \dots = |z_k| = 1$$

να αποδείξετε ότι:

$$|z_1 + z_2 + \dots + z_k| = \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \dots + \frac{1}{z_k} \right|$$

2. Έστω ότι για τους μιγαδικούς  $z_1, z_2, z_3$  ισχύει  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ . Να αποδείξετε ότι:

$$|z_1 + z_2 + z_3| = |z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1|$$

---

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο Β2 σελ. 96  
ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο Β10 σελ. 102