
ΤΑΞΗ Γ'
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
Διαγώνισμα στους Μιγαδικούς Αριθμούς
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2002-2003
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΖΗΤΗΜΑ 1

1. Να περιγράψετε γεωμετρικά το σύνολο των εικόνων των μιγαδικών αριθμών z που ικανοποιούν την σχέση:

$$\bar{z} = 2 - z \quad (1)$$

2. Να αποδείξετε ότι αν ο z ικανοποιεί την (1) τότε η εικόνα του $\frac{1}{z}$ ανήκει στον κύκλο με κέντρο το $K\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ και ακτίνα $\frac{1}{2}$.

ΖΗΤΗΜΑ 2

1. Να αποδείξετε ότι για κάθε ζεύγος μιγαδικών z_1, z_2 ισχύει

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2|z_1|^2 + 2|z_2|^2$$

2. Να αποδείξετε ότι για κάθε ζεύγος μη μηδενικών μιγαδικών z_1, z_2 ισχύει

$$\left| \frac{z_1}{|z_1|} + \frac{z_2}{|z_2|} \right|^2 + \left| \frac{z_1}{|z_1|} - \frac{z_2}{|z_2|} \right|^2 = 4$$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο A12 δ) σελ. 96

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο A9 σελ. 101