

---

ΤΑΞΗ Γ'  
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ  
Διαγώνισμα στις Παραγώγους  
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2001-2002  
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

---

**ΖΗΤΗΜΑ 1**

Έστω η συνάρτηση  $f(x) = 3x^5 - 5x^4 + 2$ .

1. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η  $f$  είναι κυρτή ή κοίλη και να προσδιορίσετε (αν υπάρχουν) τα σημεία καμπής.
2. Να βρείτε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{e^{x-1} - 1}$$

**ΖΗΤΗΜΑ 2**

Για μία συνάρτηση  $f$ , που είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$ , ισχύει

$$2f^3(x) + 6f(x) = 2x^3 + 6x + 1$$

1. Να αποδείξετε ότι η  $f$  δεν έχει ακρότατα.
2. (α') Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα.  
(β') Να αποδείξετε ότι για κάθε  $x$  ισχύει

$$|f(x) - x| = \frac{1}{2(f^2(x) + xf(x) + x^2) + 6}$$

- (γ') Να αποδείξετε ότι η ευθεία  $y = x$  είναι ασύμπτωτη της  $C_f$  για  $x \rightarrow +\infty$ .

**ΣΗΜΕΙΩΣΗ**

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο A1 i) σελ. 277

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο B4 σελ. 269