
ΤΑΞΗ Β
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
Διαγώνισμα στη Θεωρία Αριθμών
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2007-2008
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΖΗΤΗΜΑ 1

1. Να αποδείξετε ότι $2 \mid (\alpha - \beta)(\beta - \gamma)(\gamma - \alpha)$ για όλους τους ακέραιους α, β, γ .
2. Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $((\alpha - \beta)(\beta - \gamma)(\gamma - \alpha) + 1)^2$ είναι περιττός για όλους τους ακέραιους α, β, γ .

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω μ, ν θετικοί ακέραιοι με $\nu < \mu$

1. Να αποδείξετε ότι $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + \nu^3 = \left(\frac{\nu(\nu+1)}{2}\right)^2$
2. Να αποδείξετε ότι $(\nu + 1)^3 + \dots + \mu^3 = \frac{1}{4}(\mu - \nu)(\mu + \nu + 1)(\nu^2 + \nu + \mu^2 + \mu)$

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο Β6 σελ. 145

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο Α1 (ii) σελ. 139