

---

ΤΑΞΗ Β  
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ  
Διαγώνισμα στη Θεωρία Αριθμών  
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2006-2007  
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

---

ΖΗΤΗΜΑ 1

Έστω  $\nu$  θετικός ακέραιος.

1. Να αποδείξετε ότι

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{\nu(\nu+1)} = \frac{\nu}{\nu+1}$$

2. Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του  $\nu$  ώστε ο αριθμός

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{\nu(\nu+1)}$$

να είναι ακέραιος.

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω  $a$  ένας περιττός ακέραιος.

1. Να αποδείξετε ότι ο  $a^2$  είναι της μορφής  $a^2 = 4\lambda + 1$  (όπου  $\lambda$  ακέραιος).  
2. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης  $a^{2008} : 4$ .

---

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο Α1 (iv) σελ. 139

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο Β5 (i) σελ. 145