

---

ΤΑΞΗ Β΄  
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ  
Διαγώνισμα στη Θεωρία Αριθμών  
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2004-2005  
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

---

ΖΗΤΗΜΑ 1

1. Να αποδείξετε ότι αν  $\alpha|\beta$  και  $\gamma|\delta$  τότε  $\alpha\gamma|\beta\delta$ .
2. Για τους θετικούς ακέραιους  $x, y$  είναι γνωστό ότι οι αριθμοί  $\frac{x}{5}, \frac{y}{2}$  είναι επίσης ακέραιοι. Να αποδείξετε ότι το τελευταίο δεκαδικό ψηφίο του  $xy$  είναι 0.

ΖΗΤΗΜΑ 2

1. Να αποδείξετε ότι για κάθε θετικό ακέραιο  $n$  ισχύει

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

2. Βρείτε τον θετικό ακέραιο  $n$  αν είναι γνωστό ότι

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = 1953^2$$

---

ZΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο Α2 σελ. 149  
ZΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο Α1 ii) σελ. 139