

Η επόμενη ημέρα.  
Ιεραρχήσεις και διαφοροποιήσεις με την επάνοδο  
στις σχολικές αίθουσες.

Εισήγηση σε Σεμινάριο Μαθηματικών του 3ου ΠΕΚΕΣ Αττικής.

Ν.Σ. Μαυρογιάννης  
Μαθηματικός, (MSc, PhD)

6 Απριλίου 2021

## Περιεχόμενα

1	Η Πανδημία ως κατάσταση έκτακτης ανάγκης.	1
2	Η εκπαίδευση την περίοδο της πανδημίας.	2
3	Η μάθηση είναι για όλους.	3
4	Οι βασικές αποφάσεις.	5
5	Τι θα διδαχθεί και γιατί	6
6	Γέφυρες.	12
7	Ασκήσεις ισοροπίας...	13
8	Το μέλλον.	14
	Παραπομπές	15



## 1 Η Πανδημία ως κατάσταση έκτακτης ανάγκης.

Νομίζω ότι αυτά πρέπει να καταγραφούν προς τιμήν όλων εκείνων των ανθρώπων ιερέων, δικαστών και δημόσιων λειτουργών κάθε είδους, καθώς κι όλων των χρησίμων ανθρώπων κάθε είδους που διακινδύνευσαν τη ζωή τους κατά την εκτέλεση του καθήκοντος τους...



ΝΤΑΝΙΕΛ ΝΤΕΦΟΥ  
«Η Πανούκλα στο Λονδίνο»

Η περίοδος πανδημίας που διανύουμε είναι μόνο εν μέρει συγκρίσιμη με άλλες περιόδους δυσκολιών σε εθνικό επίπεδο σε περίοδο ειρήνης. Υπερβαίνει σε διάρκεια και επιπτώσεις θεομηνίες, επιδημίες και κοινωνικές αναταραχές. Αγγίζει μακροχρόνια πλείστες δραστηριότητες: οικονομικές, κοινωνικές, πολιτιστικές, εκπαιδευτικές. Επηρεάζει τις ζωές όχι μόνο στο μακροεπίπεδο αλλά έως και τον εσώτερο πυρήνα των διαπροσωπικών σχέσεων.

Πολλά πράγματα έχουν αλλάξει για τις οικογένειες των μαθητών μας: υπάρχει κατά κανόνα λιγότερο εισόδημα, περισσότερη ανασφάλεια, λιγότερος κατά κεφαλή διαθέσιμος χώρος μέσα στο ίδιο σπιτικό, λιγότερες δυνατότητες επικοινωνίας με τον «έξω» κόσμο και μεγαλύτερη ένταση λόγω της αναγκαστικής υπό συμπίεση συνύπαρξης.

Οποιαδήποτε δραστηριότητα πραγματοποιείται την περίοδο της πανδημίας πραγματοποιείται διαφορετικά ενίοτε με άλλη μορφή ή και άλλους κανόνες που διαμορφώνονται και υπαγορεύονται από την ανάγκη να χαθούν όσο γίνεται λιγότερες ανθρώπινες ζωές. Αυτή η ύστατη προτεραιότητα πρέπει να ισορροπήσει με τις τρέχουσες ανάγκες αλλά και τις ανάγκες μετά την πανδημία. Η επιδίωξη για λιγότερους θανάτους και λιγότερες κατεστραμμένες ζωές είναι εκείνη που προσδίδει στην περίοδο που διανύουμε τον χαρακτήρα κατάστασης έκτακτης ανάγκης όπου πολλά επαναπροσδιορίζονται με βάση αυτήν.

Στην πανδημία δοκιμάζονται τα πάντα. Αλλά πρωτίστως η δυνατότητα της Πολιτείας να προστατέψει τους πολίτες, τα αγαθά και τις λειτουργίες. Και φυσικά ο ρόλος των εκπαιδευτικών είναι καίριος.

Στους εκπαιδευτικούς, οι οποίοι είναι οι μόνοι που de facto διαθέτουν ειδημοσύνη περί την εκπαιδευτική διαδικασία, ανατίθεται ο ρόλος να μετασχηματίσουν την επιταγή να συνεχιστεί η εκπαίδευση με συγκεκριμένες εφαρμοσμένες και βιώσιμες πρακτικές. Όχι μόνο ως μονάδες αλλά και ως ένας πολύ ισχυρός συλλογικός διανοούμενος.

## 2 Η εκπαίδευση την περίοδο της πανδημίας.

Αλλά στην ιστορία έρχεται πάντα μια ώρα, που όποιος τολμήσει να πει πως δύο και δύο κάνουν τέσσερα θανατώνεται. Ο δάσκαλος το ξέρει πολύ καλά αυτό. Και το ζήτημα δεν είναι να ξέρει κανείς την ανταμοιβή ή την τιμωρία που περιμένει αυτό το συλλογισμό. Το ζήτημα είναι να ξέρει κανείς αν δύο και δύο κάνουν τέσσερα, ναι ή όχι.



ΑΛΜΠΕΡ ΚΑΜΥ  
«Η Πανούκλα»

Η εκπαιδευτική διαδικασία υπέστη σημαντικό πλήγμα την περίοδο της πανδημίας αφού επί μακρόν τα σχολεία ήσαν κλειστά και η φυσική παρουσία στην αίθουσα διδασκαλίας διδασκόντων και διδασκομένων υποκαταστάθηκε από την εξ αποστάσεως διδασκαλία που για την πλειονότητα των εκπαιδευτικών και των μαθητών ήταν μια εν πολλοίς πρωτόγνωρη διαδικασία.

Παρά όλα αυτά σημαντικός αριθμός εκπαιδευτικών προσαρμόστηκε γρήγορα στις νέες συνθήκες και παρήχθησαν αξιολογικά εκπαιδευτικά αποτελέσματα. Δεν έχω υπ' όψιν έρευνες που να αποτιμούν συνολικά την προσπάθεια της τηλεκπαίδευσης. Υπάρχουν όμως διαθέσιμες διάσπαρτες πληροφορίες καθώς και επιστημόνους των εκπαιδευτικών όπου εστιάζουν σε δύο σημεία:

- Η ενεργός συμμετοχή των μαθητών για αντικειμενικούς ή υποκειμενικούς λόγους υπολείπονταν εκείνης της δια ζώσης διδασκαλίας.
- Εμφανίσθηκαν πολωτικές καταστάσεις: Κάποιοι μαθητές με την αλλαγή του τρόπου διδασκαλίας σημείωσαν αξιολογική εμπλοκή ενώ αρκετοί μαθητές μετατοπίστηκαν στο άλλο άκρο της παραίτησης και της αδιαφορίας. Με αυτό τον τρόπο εμφανίσθηκαν δύο ευδιάκριτες ομάδες η μία με ελάχιστη συμμετοχή και η άλλη με σημαντική.

Αν η παραπάνω εικόνα είναι ακριβής τότε αναμένεται οι εκπαιδευτικοί να βρεθούν σε τάξεις με δύο διαφορετικές ομάδες μαθητών: Εκείνων που αποκόμισαν αρκετά και εκείνων που αποκόμισαν ελάχιστα. Η δυσχερής αυτή κατάσταση εντείνεται από την στενότητα χρόνου έως τη λήξη της σχολικής χρονιάς.

Σε κάθε περίπτωση η ακριβής αποτίμηση της περιόδου της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης και η προβολή των δεδομένων με παρηρησία είναι ουσιάδης για τον μελλοντικό σχεδιασμό. Δεν χωρούν ούτε θρήνοι ούτε ωραιοποιήσεις. Σε αυτό το σοβαρό θέμα αρμόζει εξ ίσου σοβαρός χειρισμός και λήψη αποφάσεων.

### 3 Η μάθηση είναι για όλους.

Μάθαινε και τ' απλούστερα!  
 Για όσους ο καιρός τους ήρθε,  
 Ποτέ δεν είναι αργά!  
 Μάθαινε το ΑΒΓ, δε σε φτάνει,  
 Μα εσύ να το μαθαίνεις!  
 Μην απογοητεύεσαι! Ξεκίνα!  
 Πρέπει όλα να τα ξέρεις!



ΜΠΕΡΤΟΛΑΝΤ ΜΠΡΕΧΤ  
 «Εγκώμιο στη μάθηση»

Η εκπαίδευση μας στηρίζεται στην συνταγματική επιταγή ότι η μόρφωση παρέχεται σε όλους. Και το σχολικό μας δίκτυο είναι ανεπτυγμένο για την ευχερή εφαρμογή της δηλαδή έχουμε πολλά σχολεία για να μαθαίνουν οι πολλοί. Και η εφαρμογή της εξαρτάται από την αποτελεσματικότητα του δικτύου. Η οποία σε τελική ανάλυση γίνεται αντιληπτή από το γνωστικό ίζημα: Το τι μαθαίνουν τα παιδιά. Επομένως η αποδοχή του φαινομένου τα παιδιά να φοιτούν μεν στο σχολείο αλλά να μην μαθαίνουν εκείνα τα οποία υποτίθεται ότι προτίθεται το σχολείο να τους διδάξει είναι πλήρως ασύμβατη με την ύπαρξη του σχολείου.

Ο δείκτης του «τι μαθαίνουν τα παιδιά» είναι κρίσιμος για την αποτίμηση της λειτουργίας της εκπαίδευσης σε όλα τα επίπεδα: σχεδιασμό, προγράμματα, διοίκηση, υλικά, διδασκαλία. Ίσως και αυτός είναι ο λόγος που οι κατά καιρό πολιτικές ηγεσίες του υπουργείου Παιδείας αλλά και οι υπηρεσιακοί παράγοντες αποφεύγουν επιμελώς την μέτρηση του.

Ανεξάρτητα από το πως αντιμετωπίζεται το θέμα σε επίπεδο σχεδιασμού οι άνθρωποι που διδάσκουν, σε σημαντικό ποσοστό αντιλαμβάνονται την προετοιμασία του Ντιουί που μας άφησε ως παρακαταθήκη από το 1910 ([5], σελ. 29):

Η διδασκαλία και η μάθηση σχετίζονται ή αντιστοιχούν ως διαδικασίες με την πώληση και την αγορά. Κάποιος μπορεί ισχυριστεί ότι πούλησε ενόσω κανείς δεν αγόρασε όπως κάποιος ότι δίδαξε αλλά κανείς δεν έμαθε.

Αυτό σημαίνει ότι αντιλαμβάνονται πως η διδασκαλία κρίνεται από το αποτέλεσμα και όχι από την πρόθεση του διδάσκοντα. Αυτός είναι, κατά την γνώμη μου, ο λόγος που σημαντικός αριθμός εκπαιδευτικών καταφεύγει σε πειραματισμούς ή άλλες δράσεις που αναμένεται να επιδράσουν στην βελτίωση της διδασκαλίας.

Ειδικότερα για τα Μαθηματικά είναι ουσιώδες να υπάρχει μερική αποσύνδεση της διδασκαλίας τους από την μετέπειτα επαγγελματική εξέλιξη. Δεν διδάσκουμε Μαθηματικά μόνο για την προετοιμασία στις πανελλήνιες εξετάσεις ή τις σπουδές που θα ακολουθήσουν. Τα Μαθηματικά διδάσκονται σε όλους

τους μαθητές διότι αποτελούν μέρος του πολιτισμού μας και οι κοινωνίες εκτιμούν ότι είναι χρήσιμα για την εξέλιξη τους ως πολιτών, ως κριτικά σκεπτομένων ανθρώπων, ως κοινωνών πολιτισμικών αγαθών κ.α. (Ενδεικτικά βλ. [6]).

Είναι προφανές ότι αντιλήψεις που δεν συγκλίνουν στον περιορισμό στο μηδέν των «απωλειών» δηλαδή αντιλήψεις που θεωρούν «μοιραίο» ότι κάποιοι μαθητές δεν θα μάθουν δεν μπορούν να θεωρηθούν ως βάση της περαιτέρω συζήτησης. Η οποία ξεκινάει από την παραδοχή ότι το επάγγελμα του εκπαιδευτικού η άσκηση του και ο σχεδιασμός της δουλειάς έχουν ως στόχο τις μηδενικές απώλειες. Και πιο συγκεκριμένα για μας τους μαθηματικούς ότι ανεξάρτητα από τον τύπο σχολείου, την τάξη και τις μελλοντικές σπουδές ή επάγγελμα όλοι οι μαθητές θα πρέπει να έχουν προσεγγίσει ένα *minimum* μαθηματικών γνώσεων.

## 4 Οι βασικές αποφάσεις.

Ξεκινάμε από την υπόθεση ότι οποιοδήποτε γνωστικό αντικείμενο μπορεί να διδαχθεί αποτελεσματικά με κάποια διανοητικώς έντιμη μορφή σε οποιοδήποτε παιδί σε οποιοδήποτε στάδιο ανάπτυξης



ΤΖΕΡΟΜ ΜΠΡΟΥΝΕΡ

«Η διαδικασία της εκπαίδευσης»

Η παραπάνω διάσημη θέση του Μπρούνερ ([2] σελ. 33) είναι κάτι περισσότερο από ένα γνωμικό. Συνοψίζει την σκέψη του (βλ. και [1] κεφ. 10) για την διδασκαλία και την μάθηση η οποία παραμένει επίκαιρη. Μας προειδοποιεί ότι η διαμεσολάβηση μας ανάμεσα στην γνώση και την μάθηση δεν είναι μονοσήμαντα ορισμένη, μπορεί να ακολουθήσει διάφορους δρόμους, απαιτεί ευελιξία και λήψη αποφάσεων ενίοτε σε πραγματικό χρόνο. Διαφορετικοί μαθητές ή ομάδες μαθητών χρειάζονται διαφορετική αντιμετώπιση και η εκπαιδευτική μας εντιμότητα απορρέει από το Αριστοτελικό «δεν υπάρχει τίποτα πιο άνισο από την ίση μεταχείριση των άνισων».

Είναι προφανές ότι ο εκπαιδευτικός δε μπορεί να αυτοσχεδιάσει σε όλα τα επίπεδα και απαιτείται κάποιος, έστω αδρομερής, σχεδιασμός και λήψη βασικών αποφάσεων που θα καθοδηγήσουν την δουλειά του. Εκτιμώ ότι μερικά βασικά ερωτήματα που σχετίζονται με το άνοιγμα των σχολείων είναι τα ακόλουθα:

- (α') Η διαζώσης διδασκαλία θα συνεχίσει εκεί που σταμάτησε η εξ αποστάσεως;
- (β') Ποια θα είναι η θέση της αξιολόγησης στις εβδομάδες που θα είναι ανοικτά τα σχολεία;
- (γ') Θα διδαχθεί όλη η υπολειπόμενη ύλη ή μέρος της;
- (δ') Τι θα γίνει με τους μαθητές που είχαν τους προηγούμενους μήνες κρατήσει για διάφορους λόγους μία απόσταση από την μαθησιακή διαδικασία;
- (ε') Τι θα γίνει με εκείνους τους μαθητές που εργάστηκαν εκμεταλλεόμενοι τις συνθήκες και τον χρόνο;
- (ϛ') Τι θα συμβεί την επόμενη σχολική χρονιά; Θα αρχίσει εκεί που σταμάτησε ή φετινή; Θα υπάρξει κάποια περίοδος μετάβασης και οι συνακόλουθοι χειρισμοί;

Για τα ερωτήματα α', β', γ' μία γνώμη διατυπώνεται στην ενότητα 5. Η ενότητα 6 αναφέρεται στα δ', ε'. Το ϛ' που αφορά κυρίως όσους εκπαιδευτικούς αναλάβουν διδασκαλία στην επόμενη τάξη συζητείται στην ενότητα 8. Η ενότητα 7 σχετίζεται με τα δ', ε', ϛ'.

## 5 Τι θα διδαχθεί και γιατί

ἀπὸ δὲ τῶν κτηνῶν τῶν καθαρῶν  
εἰσάγαγε πρὸς σὲ ἑπτὰ ἑπτὰ,  
ἄρσεν καὶ θῆλυ, ἀπὸ δὲ τῶν  
κτηνῶν τῶν μὴ καθαρῶν δύο δύο,  
ἄρσεν καὶ θῆλυ, καὶ ἀπὸ τῶν  
πετεινῶν τοῦ οὐρανοῦ τῶν  
καθαρῶν ἑπτὰ ἑπτὰ, ἄρσεν καὶ  
θῆλυ, καὶ ἀπὸ πάντων τῶν  
πετεινῶν τῶν μὴ καθαρῶν δύο δύο,  
ἄρσεν καὶ θῆλυ, διαθρέψαι  
σπέρμα ἐπὶ πᾶσαν τὴν γῆν.



Γεν. 7,2-7,3

Όπως έχει επισημανθεί ακόμη και στις περιπτώσεις που η εξ αποστάσεως διδασκαλία διεξήχθη χωρίς ιδιαίτερα προβλήματα υπάρχει ένας αριθμός μαθητών που δεν έχει αποκομίσει σημαντικά οφέλη. Δεδομένου ότι αυτό που ενδιαφέρει είναι το αποτέλεσμα και όχι η εγγραφή στο βιβλίο ύλης, είναι ουσιώδες η έναρξη της δια ζώσης διδασκαλίας να συνοδεύεται με κάποιου είδους ανακεφαλαιωτικά μαθήματα που θα βοηθήσουν να βρεθεί το χαμένο νήμα και να διανυθεί ομαλά το επόμενο της χρονιάς. Τα μαθήματα αυτά δεν νοούνται να γίνουν με εκ νέου παραδόσεις αλλά με μία επανάληψη όπου τυχόν ελλείψεις θα συμπληρωθούν εκ των ενόντων.

Για το σύνολο της ύλης είναι απαραίτητο να γίνει μία επιλογή. Η πρακτική να περικόπτονται παράγραφοι ή κεφάλαια γενικά δεν είναι καλή διότι κατά κανόνα διασπά μία υπάρχουσα ενότητα. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ο λεγόμενος εξορθολογισμός της ύλης του 2016 με τον οποίο το πρόγραμμα ήδη διάτρητο από προηγούμενες εκπτώσεις και μειώσεις έχασε μεγάλο μέρος από την εναπομείνουσα συνοχή. Αντίθετα είναι σκόπιμο να αντιπροσωπευθούν όλες οι έννοιες με κάποιες επιλογές στο λεγόμενο βάθος. Οι επιλογές δε μπορούν να γίνουν με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορεί κάποιος να επανέλθει και να εμβαθύνει περισσότερο. Και αυτή η επαναφορά μπορεί να γίνει είτε από τους μαθητές μετά το πέρας των μαθημάτων ίσως και με δική τους πρωτοβουλία ή και συντεταγμένα σε εύθετο μέλλοντα χρόνο.

Αν δεχθούμε ότι αυτό που μας ενδιαφέρει είναι το τι μπορούν να κάνουν τα παιδιά, μία καταγραφή διδακτικών στόχων-καθηκόντων μπορεί να βοηθήσει στο να ξεκαθαρίσει το τοπίο διότι έτσι έχουμε χειροπιαστά αναμενόμενα αποτελέσματα ([8]): Γράφοντας σε ένα χαρτί αναλυτικά τι περιμένουμε να μάθουν οι μαθητές μας και πως θα καταλάβουμε αν το έμαθαν συγχρόνως έχουμε πάρει σημαντικές διδακτικές αποφάσεις. Αντιλαμβανόμαστε τις προτεραιότητες, τι είναι επείγον, τι μπορεί να περιμένει και τι είναι περιττό.

Στα Μαθηματικά η δουλειά μας είναι σχετικά εύκολη διότι όλη η ύλη μπο-



ρεί να «χαρτογραφηθεί» και να αναλυθεί σε μικρά καθήκοντα. Μάλιστα είναι γνωστό ότι ακόμη και προχωρημένα θέματα είναι δυνατόν να προσεγγιστούν με αυτό τον τρόπο (ενδεικτικά βλ. [3]). Ειδικότερα τώρα υπό τις έκτακτες συνθήκες της πανδημίας η σχετική ύλη μπορεί να διδαχθεί ή να επαναδιδασχθεί:

- μέσω μίας σειράς ασκήσεων-καθηκόντων σε φυλλάδια
- συνοδευόμενων από φύλλα θεωρίας (handouts).

Οι ασκήσεις μπορεί να χωρίζονται στις βασικές που θα είναι υποχρεωτικές για όλους και στις πιο απαιτητικές. Η επιλογή των ασκήσεων απαιτεί προσοχή. Εκτός από την διαβάθμιση χρειάζεται και ένα είδος εκλεκτικότητας. Δεν είναι κατάλληλη κάθε άσκηση για την διδασκαλία μόνο και μόνο επειδή την κατασκεύασε κάποιος. Ούτε μία άσκηση είναι αυτοσκοπός. Διδάσκεται λόγω κάποιου σκοπικού για τα μαθησιακά οφέλη της. Εννοείται ότι η αντίληψη να διδάξουμε «όλες τις μορφές ασκήσεων» είναι αδιέξοδη. Δεν γνωρίζουμε όλες τις μορφές, εξ άλλου πως;. Αν ξέρουμε κάτι είναι πως κάποιες ασκήσεις εκτιμούμε ότι αξίζει να διδαχθούν και κάποιες άλλες δεν αξίζουν τον διδακτικό μας κόπο και χρόνο. Τέλος αξ σημειωθεί ότι οι ασκήσεις, ιδίως οι πολύ τεχνικές που δεν ανατίθενται αρχικά ως κατ' οίκον εργασία και εξετάζονται απευθείας στην τάξη, είναι εκείνες που αναλώνουν τον μεγαλύτερο μέρος του διδακτικού χρόνου και προκαλούν άνευ λόγου και τεχνητά διόγκωση της ύλης.

Στα επόμενα αναφέρονται δύο παραδείγματα από την Α' Λυκείου. Επελέγη αυτή η τάξη διότι βρίσκεται «κατά το μέσον στάδιον»<sup>1</sup> του σχολικού βίου στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1. Η ύλη στην Άλγεβρα της Α' Λυκείου περιλαμβάνει ουσιαστικά

1. Στοιχεία για την δομή και τον λογισμό στο  $\mathbb{R}$  που επικεντρώνεται στα:

- (α') Φυσικοί-Ακέραιοι-Ρητοί-Πραγματικοί.
- (β') Πράξεις-διάταξη και ιδιότητες.
- (γ') Άλγεβρικές παραστάσεις και μετασχηματισμοί τους.

2. Ιδιότητες, εξισώσεις και ανισώσεις συναρτήσεων ως εξής:

	Ιδιότητες	Εξίσωση $f(x) = a$	Ανίσωση $f(x) > a$	Γραφική Παράσταση
$f(x) = x^{\nu}$	■	■		
$f(x) = \sqrt[\nu]{x}$	■			
$f(x) =  x $	■	■	■	
$f(x) = \alpha x + \beta$	■	■	■	■
$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$	■	■	■	

Μαζί με αυτές και η επίλυση προβλημάτων.

<sup>1</sup> Από την έναρξη της Θείας Κωμωδίας στην μετάφραση του Αντωνιάδου, 1881

## 3. Δύο παρένθετα κεφάλαια:

- Εισαγωγικό κεφάλαιο Ε.2 Σύνολα
- Κεφ. 5 Πρόοδοι

Το πρώτο μπορεί να απορροφηθεί από το κεφάλαιο της διάταξης και υπό μορφή ασκήσεων κυρίως στα διαστήματα όπου μπορούν να διδαχθούν οι συνολοθεωρητικές έννοιες. Το δεύτερο μπορεί να απορροφηθεί από τον λογισμό στο  $\mathbb{R}$  δεδομένου ότι οι πρόοδοι μπορούν να διδαχθούν χωρίς την έννοια της ακολουθίας και δη της συνάρτησης.

Ας σημειωθεί ότι σε αυτή την τάξη δεν υφίστανται εξωτερικές εξετάσεις (Πανελλήνιες) και επομένως το υλικό των ασκήσεων του σχολικού βιβλίου δεν είναι δεσμευτικό. Αν, όπως κατά την γνώμη μου είναι επιβεβλημένο, δεν λειτουργήσει τουλάχιστον<sup>2</sup> φέτος η τράπεζα θεμάτων, και το υλικό της τράπεζας ασφαλώς δεν είναι δεσμευτικό. Επομένως ο διδάσκων ή οι διδάσκοντες μπορούν να συνθέσουν κατάλληλο υλικό που μπορεί να αντιμετωπιστεί σε 5 ή 6 εβδομάδες.

Ας τονιστεί ότι παραμένει στην διακριτική ευχέρεια του διδάσκοντα να πλαισιώσει το σχολικό βιβλίο με πρόσθετο υλικό. Στο παράδειγμα μας υπάρχουν πολλά σημεία που μια τέτοια ενέργεια είναι απαραίτητη. Λ.χ. στις εξισώσεις Α' Βαθμού προϋποτίθεται ότι υπάρχει η ευχέρεια επίλυσης αριθμητικών περιπτώσεων της μορφής  $ax + b = 0$  από το Γυμνάσιο, επιλύεται η γενική μορφή, κάποια παραδείγματα που κανένα δεν είναι άμεση εφαρμογή της γενικής μορφής και οι ασκήσεις του βιβλίου ξεκινούν ως εξής:

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ Α' ΟΜΑΔΑΣ

1. Να λύσετε τις εξισώσεις

i)  $4x - 3(2x - 1) = 7x - 42$

ii)  $\frac{1-4x}{5} - \frac{x+1}{4} = \frac{x-4}{20} + \frac{5}{4}$

iii)  $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{x}{4} - \frac{x}{5} - \frac{49}{60}$

iv)  $1,2(x+1) - 2,5 + 1,5x = 8,6$ .

2. Να λύσετε τις εξισώσεις

i)  $2(3x-1) - 3(2x-1) = 4$

ii)  $2x - \frac{5-x}{3} = -\frac{5}{3} + \frac{7x}{3}$ .

3. Να λύσετε τις εξισώσεις για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

i)  $(\lambda - 1)x = \lambda - 1$

ii)  $(\lambda - 2)x = \lambda$

iii)  $\lambda(\lambda - 1)x = \lambda - 1$

iv)  $\lambda(\lambda - 1)x = \lambda^2 + \lambda$ .

Κάθε τέτοιο άλμα σημαίνει απώλειες οι οποίες εντείνονται όταν ο δάσκαλος δεν έχει την ευχέρεια να παρέμβει άμεσα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2. Η περίπτωση της Γεωμετρίας της Α' Τάξης είναι πιο δύσκολη. Διότι η ύλη είναι εντελώς διάτρητη και εμφανίζεται το παράδοξο ενώ εξαιρούνται αποδείξεις πολλών θεωρημάτων απαιτείται από τους μαθητές να μπορούν να

<sup>2</sup>Η γνώμη μου για την τράπεζα θεμάτων από την στιγμή της εμφάνισης της έχει εκτεθεί εδώ.

πραγματοποιούν αποδείξεις λύνοντας ασκήσεις. Για να αντιμετωπιστεί αυτή η αντίφαση και να υπηρετηθεί ο βασικό σκοπός του μαθήματος που είναι η χρήση της αποδεικτικής διαδικασίας είναι σκόπιμο:

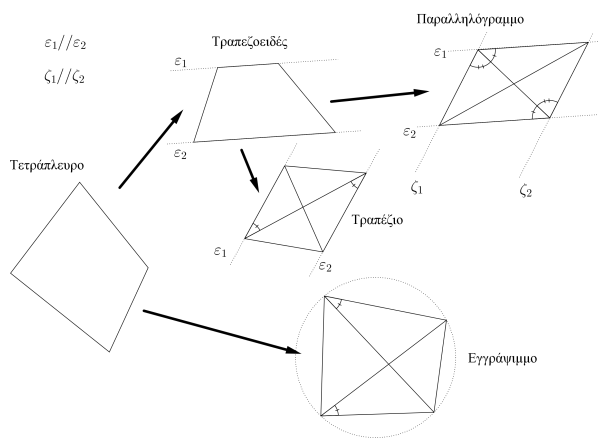
**A.** Να δοθούν στους μαθητές συνόψεις που οργανώνουν την διάσπαρτη πληροφορία. Ενδεικτικά:

**Σχετικές Θέσεις**

	Κύκλος	Ευθεία	Σημείο
Σημείο			
Ευθεία			
Κύκλος			

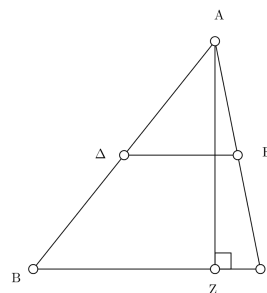
**Τετράπλευρα**

Μπορεί να δοθεί ένα διάγραμμα ταξινόμησης ανάλογα με το αν διαθέτουν ζεύγος απέναντι πλευρών σε ζεύγος παραλλήλων ή σε κύκλο.

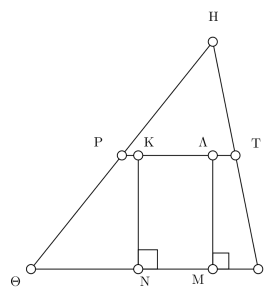


**Β.** Να δίνονται στους μαθητές απλές αποδείξεις που απαιτούν την χρήση μικρού αριθμού θεωρημάτων ώστε να ασκούνται στην συλλογιστική. Πρόκειται για υλικό που εύκολα μπορούν να συνθέσουν οι διδάσκοντες. Ενδεικτικά: Αμέσως μετά το θεώρημα 1 της παρ. 5.6 μπορούν να δοθούν οι παρακάτω ασκήσεις:

**ΑΣΚΗΣΗ** Στο τρίγωνο  $AB\Gamma$  τα  $\Delta$  και  $E$  είναι μέσα των  $AB$ ,  $A\Gamma$  και η  $AZ$  είναι κάθετη στην  $B\Gamma$ . Να αποδειχθεί ότι είναι κάθετη στην  $\Delta E$ .



**ΑΣΚΗΣΗ** Στο τρίγωνο  $H\Theta I$  τα  $P$  και  $T$  είναι μέσα των  $H\Theta$ ,  $HI$ , τα  $K$ ,  $\Lambda$  είναι σημεία της  $PT$  και τα  $N, M$  είναι οι προβολές τους στην  $\Theta I$ . Να αποδειχθεί ότι τα τμήματα  $KN$  και  $\Lambda M$  είναι ίσα.



Η αξιολόγηση της επίδοσης είναι μέρος της διδασκαλίας και, υποτίθεται, ασκεί και αυτή ένα παιδευτικό ρόλο. Κατά την γνώμη μου η αποσύνδεση της από την διδασκαλία ιδίως αυτήν την περίοδο μόνο αρνητικές επιπτώσεις θα έχει χωρίς να δώσει αξιολογες πληροφορίες δηλαδή να πληροφορήσει τον διδάσκοντα για κάτι που δε μπορεί να το μάθει με άλλο τρόπο. Στην περίπτωση μας η εργασία στην τάξη πάνω στο υλικό που θα έχει συνθέσει ο διδάσκων, υπό την επίβλεψη του, και η συμμετοχή σε αυτήν, είναι αρκετά στοιχεία για την αξιολόγηση της επίδοσης. Η ιδέα να γίνουν τα «παραδοσιακά» διαγωνίσματα είναι εσφαλμένη.

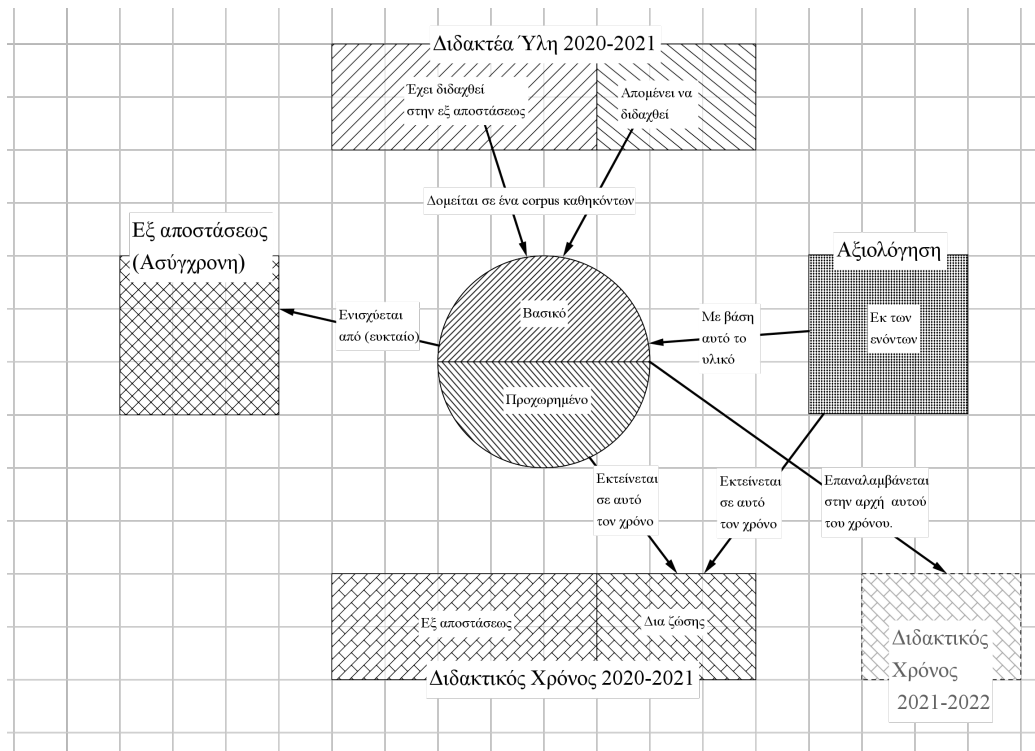
Θα είναι ευκαταίο αν η σύνθεση του υλικού γίνει από ομάδες εργασίας εκπαιδευτικών του σχολείου ή ομάδας σχολείων. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται:

- Εξέταση των εκπαιδευτικών αποφάσεων από πολλά άτομα και υποβολή των επιλογών στον βάσανο της κριτικής.
- Μείωση του φόρτου εργασίας.
- Κοινή πολιτική των σχολείων στην αντιμετώπιση των έκτακτων συνθηκών.

- Αποστολή μηνύματος προς τους μαθητές και τους γονείς τους για την σοβαρότητα της προσπάθειας.

Η εξ αποστάσεως εκπαίδευση έχει δώσει σημαντικά αποτελέσματα. Επίσης έχει εφοδιάσει-οπλίσει τους εκπαιδευτικούς με υλικό και τεχνογνωσία. Τα εργαλεία της, που εν πολλοίς έχουν κατασκευαστεί από τους ίδιους τους διδάσκοντες, μπορούν να διαμοιραστούν και να συνεχίσουν να χρησιμοποιούνται παράλληλα με την επάνοδο στην δια ζώσης επεκτείνοντας έτσι τον σχολικό χρόνο στον χρόνο της κατ' οίκον εργασίας. Ιδίως υλικό που προσφέρεται για ασύγχρονη εκπαίδευση μπορεί να αποτελέσει βάση για μια άτυπη ενισχυτική διδασκαλία.

Σχηματικά η προτεινόμενη διαχείριση είναι η ακόλουθη (η αναφορά στην επόμενη σχολική χρονιά αιτιολογείται στην ενότητα 8):



## 6 Γέφυρες.

καὶ στήσει  
τὰ μὲν πρόβατα  
ἐκ δεξιῶν αὐτοῦ,  
τὰ δὲ ἐρίφια  
ἐξ εὐωνύμων



Matθ.25,33

Το εκπαιδευτικό σύστημα αποτυγχάνει εκεί που πρέπει να πετυχαίνει και πετυχαίνει εκεί που πρέπει να αποτύχει. Πρέπει να πετύχει στο να μαθαίνουν όλα τα παιδιά γράμματα και εκεί αποτυγχάνει. Πρέπει, υποτίθεται, να αποτύχει στο να αναπαράγει τους κοινωνικούς διαχωρισμούς και αυτό το πετυχαίνει. Σε Ανατολή και Δύση μαχόμενοι εκπαιδευτικοί επεξεργάζονται παρεμβάσεις ώστε το πρόβλημα αν όχι να εκλείψει τουλάχιστον να αμβλυνηθεί. Το ίδιο κάνουν οι πιο ευαίσθητες εκπαιδευτικές αρχές. Το πρόβλημα είναι πολυπαραμετρικό και επομένως πολύπλοκο και γι' αυτό οι προσπάθειες προαγωγής του μαθηματικού γραμματισμού είναι πολύμορφες (βλ. και [10]).

Μία εύκαμπτη πρακτική που μας έρχεται απο την ειδική αγωγή είναι της διαφοροποιημένης διδασκαλίας. Στηρίζεται στην βασική παραδοχή ότι αφού τα παιδιά έχουν διαφορετικές αφετηρίες και μαθαίνουν με διαφορετικό τρόπο πρέπει να τύχουν και διαφορετικής διδακτικής αντιμετώπισης. Να επιδιωχθεί δηλαδή να προσεγγίσουν τις ίδιες μεν γνώσεις αλλά από άλλες διόδους και ενδεχομένως με διαφορετικούς ρυθμούς. Η βασική ιδέα είναι να αποφεύγουμε να έχουμε ένα απροσπέλαστο γνωστικό αντικείμενο και να μπουν γέφυρες ανάμεσα σε αυτό και τα παιδιά (βλ. και [9]).

Η πιο απλή και πρόσφορη λύση διαφοροποίησης στην οποία αναφερθήκαμε είναι η διαφοροποίηση των καθηκόντων με εκπόνηση διαφορετικού υλικού ώστε τα παιδιά που συναντούν δυσκολίες και σε κάποιο μέρος της ύλης παρουσιάζουν ανετοιμότητα να εμπλακούν σε πιο προσιτά καθήκοντα. Αν το υλικό είναι προσεκτικά επιλεγμένο χωρίς άσκοπο τεχνικό φορτίο είναι δυνατόν έτσι να προσεγγίσουν την βασική ιδέα ώστε στην συνέχεια η εμπάθυνση να είναι προσφορότερη. Ας σημειωθεί δε ότι στην προκειμένη περίπτωση υλικά που χρησιμοποιούνται στην εξ αποστάσεως εκπαίδευση ιδιαιτέρως στην ασύγχρονη μπορούν να παίξουν καίριο ρόλο. Υπάρχουν δε ενδείξεις ότι ένα σημαντικό μέρος των εκπαιδευτικών προτίθεται να συνεχίσει την χρήση της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης και μετά το άνοιγμα των σχολείων (στο δείγμα του [11] το ποσοστό ανέρχεται στο 25%).

## 7 Ασκήσεις ισοροπίας...

Τους μαθητές λοιπόν  
δεν τους αγαπάμε  
αλλά τους διδάσκουμε,  
είμαστε οδηγοί τους  
στο δρόμο της γνώσης.



ΣΤΑΥΡΟΣ ΖΟΥΜΠΟΥΛΑΚΗΣ  
«Για το Σχολείο»

Ανεξάρτητα από τα προβλήματα που μπορεί να αντιμετωπίζουν οι μαθητές στο περιβάλλον τους ή σε προσωπικό επίπεδο στο σχολείο προσέρχονται ως μαθητές και όχι γενικά ως ανθρώπινα πλάσματα. Η ιδιότητα του μαθητή σημαίνει προσανατολισμό στη μάθηση. Και είναι ουσιώδες να διατηρηθεί κατά την επάνοδο στο σχολείο.

Η τυχόν χαλαρότητα που βίωσαν την περίοδο της εξ αποστάσεως διδασκαλίας δε μπορεί να μεταφερθεί στις σχολικές αίθουσες ιδίως σε μία περίοδο που πρέπει να γίνει εντατική δουλειά για να αναπληρωθούν απώλειες. Η επισημάνση αυτή δεν αφορά μόνο ζητήματα πειθαρχίας στην τάξη αλλά αφορά και στην αυτοπειθαρχία για μελέτη και εργασία. Ισοδυναμεί με την αυτοδέσμευση κάθε παιδιού, ιδίως εκείνων που κράτησαν την περίοδο της εξ αποστάσεως διδασκαλίας και μια απόσταση από την μάθηση, ότι θα εργασθεί για να πετύχει τους μαθησιακούς στόχους που όπως προαναφέρθηκε είναι ουσιώδες να είναι διατυπωμένοι με ρητό και κατανοητό τρόπο. Η παραίτηση είναι εις βάρος των αδύναμων που «τροφοδοτούν» τις απώλειες του εκπαιδευτικού συστήματος.

Για λόγους που θα αναφερθούν στην ενότητα 8 έχει σημασία η αυτοδέσμευση των μαθητών να μην είναι παροδική αλλά να τους συνοδεύσει και στην έναρξη της επόμενης χρονιάς. Ίσως για κάποιους από αυτούς μικρά τεστ κλειστού τύπου σε ηλεκτρονική μορφή που βαθμολογούν την επίδοση αυτόματα τοποθετημένα σε ένα αποθετήριο να είναι αποτελεσματικοί ενισχυτές.

Αν η υπόθεση ότι οι τάξεις θα είναι γνωστικά διχοτομημένες είναι ακριβής τότε η προσπάθεια να εμπλακούν οι πιο αποστασιοποιημένοι μαθητές χωρίς να «χαθούν» οι πλέον κατατοπισμένοι είναι μία άσκηση ισοροπίας!

## 8 Το μέλλον.

φρόνει βεβώς αὖ νῦν ἐπὶ ξυροῦ τύχης.  
(Να ξέρεις πως τώρα πάλι έχεις  
φτάσει στην κόψη του ξυραφιού.)



ΣΟΦΟΚΛΗΣ  
«Αντιγόνη»

Σιγά-σιγά αναμένεται η επανεκκίνηση πολλών δραστηριοτήτων. Για αρκετές η επανεκκίνηση είναι ορατή. Επίσης λίγο-πολύ ορατός είναι και ο βαθμός επιτυχίας της επανεκκίνησης. Στην εκπαίδευση τα πράγματα δεν είναι απλά. Οι κυριότεροι λόγοι που περιπλέκουν την κατάσταση είναι:

- Η εκπαιδευτική διαδικασία έχει πολλές αφανείς όψεις που απαιτούν ξεχωριστή προσπάθεια για να ειδωθούν.
- Η εκπαίδευση είναι μακρά διαδικασία και δεν είναι όλα τα αποτελέσματα της αντιληπτά σε μικρές τομές χρόνου.

Οι επιπτώσεις του πολύμηνης απομάκρυνσης των μαθητών από τις σχολικές αίθουσες, της αλλαγής τρόπου διδασκαλίας και σχολικής εργασίας, της απουσίας του εκ του σύνεγγυς ελέγχου και της τοποθέτησης του μαθητικού εαυτού μέσα στην ομάδα της τάξης δεν είναι εύκολο να αποτιμηθούν. Πάντως έστω και μία πρόχειρη αποτίμηση οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι δύσκολες χρονιές είναι η περυσινή, η φετινή και ας μην το παραβλέπουμε και η επόμενη. Ακόμα και αν από υγειονομικής πλευράς τα πράγματα τον Σεπτέμβριο του 2021 είναι καλά η εκπαίδευση θα έχει δυσκολίες. Κάποιες από αυτές θα είναι υπερτοπικές άλλες θα αφορούν περιοχές, σχολεία ή και τμήματα. Ανεξάρτητα από το αν υπάρχουν κεντρικές και γενικές οδηγίες χειρισμοί τοπικού επιπέδου και ιδιομορφιών είναι επιβεβλημένοι.

Ειδικότερα στα Μαθηματικά όπου οι συνδέσεις με τις προηγούμενες γνώσεις είναι ισχυρές είναι λογικό να υποθέσουμε ότι το πρόβλημα θα είναι πιο έντονο. Επομένως η επόμενη σχολική χρονιά δε μπορεί να ξεκινήσει ως εάν να μην έχει μεσολαβήσει η πανδημία. Επίσης δεν έχει νόημα από άποψη αποτελεσματικότητας να ξεκινήσει με την διδασκαλία «επί τροχάδην» κάποιων κεφαλαίων που με βάση τα βιβλία ύλης δεν έχουν «καλυφθεί». Αυτό που θα είχε νόημα είναι να γίνει μια σύντομη αλλά έντιμη επανάληψη των κύριων σημείων της ύλης της προηγούμενης τάξης με βάση την στοχοθεσία που περιγράψαμε στην ενότητα 5. Εξ άλλου είναι γνωστό ότι η γνώση δεν κατακτάται εξ εφόδου και άπαξ αλλά απαιτείται επάνοδος σε εύθετο χρόνο. Μεταξύ άλλων, μας το έχει διδάξει ο Μπρόυνερ, στον οποίο αναφερθήκαμε, εισηγούμενος την σπειροειδή μέθοδο που έχει ως παραλλαγή επιβιώσει και με την μορφή, με ποικίλα επίπεδα σαφήνειας, των τροχιών μάθησης ([4], [7]).



## Παραπομπές

- [1] Bigge, Morris L.: *Θεωρίες Μάθησης για Εκπαιδευτικούς*. ΠΑΤΑΚΗΣ, 1990.
- [2] Bruner, Jerome S.: *The Process of Education*. Harvard University Press, 1977.
- [3] Burn R.P.: *A Pathway into Number Theory*. Cambridge University Press, 1982.
- [4] Clements, D. H., Sarama, J.: *Learning Trajectories in Mathematics Education*. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2):81–89, 2004.
- [5] Dewey, John: *How We Think*. Heath & Co, 1910.
- [6] Heymann, Hans Wemmer: *Why Teach Mathematics? A Focus on General Education*. Springer, 2003.
- [7] Maloney, Alan P., Confrey, Jere, Ngyen, Kenny H. (επιμελητής): *Learning over Time. Learning Trajectories in Mathematics Education*. Information Age Publishing, 2014.
- [8] Μαυρογιάννης, Ν.Σ.: *Από τα Αναλυτικά Προγράμματα ύλης στα Αναλυτικά Προγράμματα στόχων*. Στο *Πρακτικά 2ου Παν. Συν. Μαθηματικής Παιδείας ΕΜΕ*. ΕΜΕ, 1985. <https://eudml.org/doc/236436>.
- [9] Μαυρογιάννης, Ν.Σ.: *Διαφοροποιημένη διδασκαλία στα Μαθηματικά Προσανατολισμού της Γ' Λυκείου*. Στο *Ημερίδα του Παραρτήματος ΕΜΕ Βοιωτίας (6-10-2019)*, 2019. <https://www.academia.edu/41703680>.
- [10] Μαυρογιάννης Ν.Σ.: *Επιμόρφωση στο Μαθηματικό Γραμματισμό*. ΙΕΠ, 2020. <https://www.academia.edu/43990423>.
- [11] Σταχτέας, Χαράλαμπος, Σταχτέας, Φώτης: *Ιχνηλάτηση των απόψεων των καθηγητών για την τηλεκαίδευση στην αρχή της πανδημίας*. *Επιστήμες της Αγωγής*, (2), 2020.