

Σχεδίασμα Παρέμβασης  
για το Στρογγυλό Τραπέζι  
της 9ης Δεκεμβρίου του 2018

---

Ν.Σ. Μαυρογιάννης (MSc, PhD)  
Σύμβουλος Α' στο Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής.

(Α)

Είμαι 66 χρονών. Αν πάω σε ένα νοσοκομείο με πολύ υψηλή πίεση οι άνθρωποι εκεί θα κάνουν κάτι. Δεν θα με αφήσουν να φύγω έτσι. Γιατί η υγεία αποτελεί ένα αγαθό. Που προστατεύεται.

Αν και, υποτίθεται, ότι και η Μαθηματική Εκπαίδευση είναι αγαθό εν τούτοις με μεγάλη ευκολία αφήνουμε ένα 16χρονο να φύγει από το σχολείο με πολύ χαμηλή μαθηματική επίδοση.

Δεν μπορεί να γίνει καμία συζήτηση για την μαθηματική Εκπαίδευση αν δεν συμφωνήσουμε ότι αυτή πρέπει να παρέχεται σε όλους. Με άλλα λόγια ότι θα υπάρχει ένα εκπαιδευτικό minimum που τα παιδιά κάθε τάξης σε κάθε βαθμίδα πρέπει να πετυχαίνουν.

Αυτό σημαίνει ότι στο σχολείο αλλά και σε άλλες παράπλευρες δράσεις, για τις οποίες μπορούμε να συζητήσουμε αυτό το ιδεατό εθνικό minimum πρέπει να αποτελεί το βασικό διακύβευμα. Η Καθηγήτρια Χαρά Σταθοπούλου στην χθεσινή ομιλία της μας υπενθύμισε ότι ένα παιδί δεν φθάνει στο σχολείο ως *tabula rasa*. Φέρνει μαζί του ένα πολιτισμικό και συμβολικό κεφάλαιο που δε μπορεί να αγνοηθεί. Η ανάπτυξη στρατηγικών μαθηματικού γραμματισμού (εμπλαισιωμένη διδασκαλία, εξατομικευμένες παρεμβάσεις κ.α.) και η συνακόλουθη λογοδοσία είναι υποχρέωση του εκπαιδευτικού συστήματος. Και αυτά σε πείσμα των ποικίλων πολιτικών, συνδικαλιστικών ή τάχα μου παιδαγωγικών αντιδράσεων. Ας σημειωθεί ότι (βλ. και (Δ)) ότι η στρατηγικές γραμματισμού χρειάζονται επιστράτευση πανουργίας (την έκφραση οφείλω στον Ηλία Ανδριανό) που το Liddell & Scott μας πληροφορεί ότι συνδέεται και με θαυμαστά κατορθώματα, φυσικά, στην κλίμακα τους. Τέτοια γνωρίσαμε σε αρκετές εισηγήσεις καθώς και στις πολύ ωραίες μαθητικές παραστάσεις μαθηματικού περιεχομένου της χθεσινής ημέρας.

Ωστόσο ο πολιτισμός δεν προχωράει με τα ελάχιστα. Προχωράει με τη μεγιστοποίηση της απόδοσης. Αυτό ισχύει φυσικά και για τα Μαθηματικά. Με άλλα λόγια οφείλουμε συγχρόνως με την διασφάλιση ενός minimum να παράσχουμε μαθηματική εκπαίδευση υψηλής ποιότητας σε όσα παιδιά έχουν ικανότητες και δείχνουν ενδιαφέρον. Στο σημείο αυτό θα ήθελα να τονίσω ότι ικανότητες και ενδιαφέροντα είναι κοινωνικές κατασκευές και απέχουν μακριά από αντιλήψεις περί πηγαίων ταλέντων ή έμφυτων διανοητικών ικανοτήτων. Οι δίοδοι πάντως για την εκπαίδευση παιδιών με μαθηματικά ενδιαφέροντα και ικανότητες είναι πολλές: Διαφοροποίηση στο πρόγραμμα και την διδασκαλία, δικτυώσεις, όμιλοι, μαθηματικά σχολεία κ.α.

Συνοψίζοντας αποτελεί βασικό επίταγμα η διασφάλιση μαθηματικής εκπαίδευσης για όλους και τον καθένα.

## (B)

Όμως για ποια και πόση μαθηματική εκπαίδευση μιλάμε; Κάθε εποχή δίνει, βέβαια, την δική της απάντηση στο ερώτημα αλλά αξίζει να θυμόμαστε ότι το μεσαιωνικό trivium περιελάμβανε Γραμματική, Λογική, Ρητορική και το quatrivium Αριθμητική, Γεωμετρία, Αστρονομία, Μουσική. Η μεσαιωνική κοινωνία θεωρούσε ότι η μόρφωση ανθρώπων που κατά μέσο όρο θα ζούσαν 30 χρόνια πρέπει να περιλαμβάνει περίπου 50% Μαθηματικά. Στην δική μας κοινωνία με προσδόκιμο ζωής περίπου τα δυόμισι φορές περισσότερο, που *μην ξεχνάμε εν πολλοίς το οφείλουμε στα Μαθηματικά που κρύβονται πίσω σχεδόν από κάθε επιστημονική ανακάλυψη* πόσα και ποια Μαθηματικά επιφυλάσσουμε στους νέους μας;

Θεωρώ ότι τα Μαθηματικά του καιρού μας στα σχολεία πρέπει να ισορροπούν ανάμεσα στις δύο μεγάλες μαθηματικές παραδόσεις: Των Μαθηματικών ως δομημένης διδασκαλίας και των Μαθηματικών ως εφαρμογής. Πλάτων, Ευκλείδης, Απολλώνιος και Αρχιμήδης, Θαλής, Ήρων και Ερατοσθένης. Μαθηματικά με καλή θεωρητική φτιαξιά και εφαρμογές που διατρέχουν όλες τις τάξεις του σχολείου και τα πεδία του βίου.

Μαζί με τους αλγορίθμους να συνυπάρχουν και τα μοντέλα στοχαστικά ή άλλα ώστε να εισαχθούν τα Μαθηματικά ως εργαλείο κατανόησης πρόβλεψης και επίλυσης προβλημάτων. Σε σχέση με την υγεία, την εκπαίδευση, την κοινωνική συνοχή, την επιχειρηματικότητα, την κλιματική αλλαγή και τον επελαύνοντα λαϊκισμό-ολοκληρωτισμό.

Όσοι είχαν την τύχη να παρακολουθήσουν τις ομιλίες του Καθηγητή Στυλιανού Νεγρεπόντη και του Καθηγητή Γεωργίου Δάσσιου που δόθηκαν στην Ευαγγελική Σχολή πριν μερικές εβδομάδες, την προχθεσινή ομιλία του Καθηγητή Stéphane Jaffard ή τις χθεσινές ομιλίες του Καθηγητή Χρόνη Στραντζαλου και του Καθηγητή Απόστολου Γιαννόπουλου θα επιβεβαίωσαν ότι οι δύο αυτές παραδόσεις είναι συμπληρωματικές.

Ο Paul Halmos σε ένα εμβληματικό κείμενο του 1981 με τίτλο «Applied Mathematics is bad Mathematics»<sup>1</sup> τεκμηρίωσε μεταξύ άλλων την άποψη ότι τα Μαθηματικά των εφαρμογών δικαιώνονται μέσα στην θεωρία και φυσικά κατά κάποιο τρόπο την δικαιώνουν. Αυτή η συνύπαρξη είναι ουσιώδης: Οι εφαρμογές είναι μαθηματικά κατανοήσιμες μόνο όταν εντάσσονται στη μεγάλη εικόνα της θεωρίας. Η οποία συνέχει τις επιμέρους προσπάθειες εφαρμογών.

Επομένως ένας απόφοιτος της εγκύκλιας παιδείας πρέπει να έχει θητεύσει επαρκώς στην μαθηματική συλλογιστική και απόδειξη που εν τέλει ανάγεται σε στάση ζωής. Συγχρόνως δε να έχει επαρκείς γνώσεις και δεξιότητες για να εφαρμόσει τα Μαθηματικά ως επαγγελματίας και ως πολίτης.

Όταν η συζήτηση φθάνει στην απόδειξη τίθεται το ερώτημα: Μα μπορούμε να τα αποδεικνύουμε όλα; Η απάντηση είναι κατηγορηματική. Όχι! Δεν είναι δυνατόν στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση να

---

<sup>1</sup> PAUL HALMOS *Applied Mathematics is Bad Mathematics* στο LYNN ARTHUR STEEN (ed) *Mathematics tomorrow* Springer 1981 σελ. 9-20.

δίνουμε πλήρεις αποδείξεις σε ένα αξιωματικό σύστημα. Ούτε καν στην Γεωμετρία. Ωστόσο, και αυτό είναι μία πρόταση του Freudenthal<sup>2</sup> που ανέδειξαν πρόσφατα οι Reid & Knipping<sup>3</sup> (την οποία ακούσαμε προχθές): Να υπάρξουν συστάδες (*νησίδες τοπικής οργάνωσης*) όπου οι αποδείξεις να είναι πλήρεις. Μία τέτοια λ.χ. μπορεί να είναι εκείνο το κομμάτι της Γεωμετρίας που ξεκινάει από την ισότητα τριγώνων και φθάνει ως το εγγράψιμο τετράπλευρο. Ή στην Ανάλυση από τον ορισμό της παραγώγου έως λίγο πριν τους κανόνες De l'Hospital.

## (Γ)

Ωστόσο ο μαθησιακός ορίζοντας του (Α) και η αναμέτρηση με τα περιεχόμενα του (Β) δε μπορούν να επιτευχθούν χωρίς πειθαρχία και εντιμότητα. Πειθαρχία, μόχθος και αξιολογήσεις στην μαθησιακή διαδικασία και εντιμότητα στις πιστοποιήσεις. Που σημαίνει πως ό,τι βεβαιώνεται ως εκπαιδευτικό αποτέλεσμα πρέπει να ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Χωρίς διαπραγματεύσεις, εκπτώσεις και θεσμικές μειώσεις. Κάθε βαθμίδα οφείλει να αντιμετωπίσει με υπευθυνότητα τους αποφοίτους της. Ιδίως τα τμήματα Μαθηματικών των Πανεπιστημίων που οι απόφοιτοι τους θα να είναι εκείνοι που θα επωμισθούν την υπηρετήση των Μαθηματικών. Έχει μεγάλη σημασία οι πραγματικές μαθηματικές τους γνώσεις όχι μόνο να μην υπολείπονται αλλά να είναι υπέρτερες εκείνων ενός αποφοίτου της πληροφορικής ή διπλωματούχου μηχανικού. Ωστε η διεκδίκηση της διδασκαλίας των Μαθηματικών μόνο από μαθηματικούς να έχει πραγματικό νόημα.

Φυσικά το πρόγραμμα σπουδών των Μαθηματικών τμημάτων των Πανεπιστημίων μας πρέπει να είναι περιεκτικό προσφέροντας στους φοιτητές τις μεγάλες μαθηματικές αφηγήσεις που υπερίπτανται των μερικών ειδικών περιπτώσεων και τις ενοποιούν. Στο σημείο αυτό θα ήθελα να πω πως εξετάζοντας τα ισχύοντα προγράμματα σπουδών των τμημάτων Μαθηματικών έμεινα έντονα προβληματισμένος. Είδα έναν κατακερματισμό σε μικρά-μικρά μαθήματα που στην ουσία αποτελούν μικρές ασύνδετες εισαγωγές. Όπως και αξιοσημείωτες απουσίες σημαντικών αντικειμένων. Κατά την γνώμη μου είναι αδιανόητο να μην υπάρχουν στο υποχρεωτικό πρόγραμμα η Τοπολογία, η Μαθηματική Λογική, η Γεωμετρία (Ευκλείδεια-μη Ευκλείδειες, Προβολική) ή η Θεωρία Αριθμών.

Τέλος θεωρώ ότι, κάτι που υποστήριξα και στο συνέδριο του 2010, η είσοδος στο επάγγελμα του δασκάλου των Μαθηματικών πρέπει να γίνεται αποκλειστικά με βάση τις μαθηματικές του γνώσεις σε συγκριτική βάση δηλαδή μετά από διαγωνισμό. Τα υπόλοιπα και σε «πραγματικά πυρά» μπορεί να τα αναλάβει η ενδοϋπηρεσιακή επιμόρφωση. Η εκπαίδευση είναι αρκετά μεγάλη ώστε να μπορεί να προχωρήσει την περαιτέρω εκπαίδευση των νέων μελών της εκπαιδευτικής κοινότητας με επιτόπια επιμόρφωση και μέντορες.

## (Δ)

Στο συνέδριο του 1989 εκπροσωπώντας την Συντακτική Επιτροπή του Ευκλείδη Γ' είχα πει ότι όσοι ενδιαφέρονται για τα Μαθηματικά καλόν είναι να ενδιαφερθούν και για την διδασκαλία τους. Διότι να μην τα Μαθηματικά αναπαράγονται με την έρευνα αλλά αποκτούν μέλλον μέσω της διδασκαλίας. Όχι μόνο μέσω της θεσμισμένης στα σχολεία αλλά και με άτυπες παράπλευρες

---

<sup>2</sup> HANS FREUDENTHAL *Geometry between the Devil and the Deep Sea* Educational Studies in Mathematics, 3, 3/4, 1971 σελ. 413-435

<sup>3</sup> DAVID A. REID & CHRISTINE KNIPPING *Proof in Mathematics Education. Research, Learning and Teaching.* Sense Publishers 2010 σελ. 12.

μεθόδους που ευτυχώς έχουν τα τελευταία χρόνια πολλαπλασιαστεί (όμιλοι, λέσχες ανάγνωσης, περιοδικά, κατασκηνώσεις, μαθηματικά δρώμενα, ιστότοποι κ.α.). Εδώ ο ρόλος της ΕΜΕ (για τους λόγους που εξήγησε στην ομιλία του ο Καθηγητής Φραγκίσκος Καλαβάσης) μπορεί να είναι ηγεμονικός.

Κατά την γνώμη μου έχει σημασία:

1. Η έκφραση γνώμης και άσκηση πίεσης για την μαθηματική εκπαίδευση των συναδέλφων:
  - I. Όλων των βαθμίδων.
  - II. Ανεξάρτητα από την περιοχή ειδίκευσης και φυσικά όχι μόνον των περι την διδακτική και παιδαγωγικά ασχολουμένων.ώστε τα μαθηματικά να είναι στο επίκεντρο του ενδιαφέροντος.
2. Η δημοσιοποίηση πληροφοριών για τα Μαθηματικά από ειδήμονες με ποικιλία επιπέδων και απευθύνσεων:
  - I. Μαθητές
  - II. Φοιτητές
  - III. Εκπαιδευτικοί
  - IV. Γονείς

και με αξιοποίηση διάφορων μέσων:

- Τηλεόραση (διεκδίκηση τακτικής εκπομπής ή αφιερωμάτων).
- Έντυπα (διεκδίκηση μόνιμης στήλης σε εφημερίδα, αφιερώματα).
- Διαδίκτυο (με πρώτη κίνηση την δωρεάν παροχή του περιεχομένου των Ευκλείδης Α & Β.

(Ε)

Άρχισα με την προστασία της ανθρώπινης ζωής και θα τελειώσω με αυτήν. Το 1966 σε μία ραδιοφωνική εκπομπή ο Adorno εξεφώνησε ένα λόγο που τιτλοφορήθηκε «Η εκπαίδευση μετά το Άουσβιτς»<sup>4</sup>. Η ομιλία ξεκινάει ως εξής:

*Η απαίτηση να μην επαναληφθεί το Άουσβιτς είναι η πρώτη και κύρια που τίθεται στην εκπαίδευση. Προηγείται τόσο πολύ κάθε άλλης που δεν πιστεύω ότι οφείλω να την αιτιολογήσω. Μου είναι ακατανόητο το πόσο λίγο έχει καταδεχτεί κανείς μέχρι σήμερα να ασχοληθεί μαζί της.*

Η εκπαιδευτική αυτή απαίτηση είναι και τώρα επίκαιρη. Αρκεί να αναλογιστούμε πόσα Άουσβιτς, σε διάφορες κλίμακες υπήρξαν στα 52 χρόνια που πέρασαν από τότε.

Αν αναρωτιόμαστε αν και πως μπορούν να συμβάλλουν τα Μαθηματικά ας σκεφτούμε ότι τα Μαθηματικά κινούνται στο πεδίο του Ορθολογισμού. Τρέφονται από αυτόν αλλά και τον εκπέμπουν. Απέναντι στις απλουστεύσεις στις οποίες εδράζονται οι πάσης φύσεως ολοκληρωτισμοί τα Μαθηματικά έχουν να αντιτείνουν μία βασική πράξη πολιτειότητας που γλαφυρά παρουσιάζει ο Μπρεχτ στο «Εγκώμιο στη Μάθηση»<sup>5</sup>:

*Έλεγξε το λογαριασμό  
που πρέπει να πληρώσεις.  
Δείξε με το δάχτυλο σου όλα τα νόμμερα.  
Ρώτα: Πως μπήκε αυτό εδώ;*

<sup>4</sup> ΤΕΟΝΤΟΡ ΒΙΖΕΝΓΚΡΟΥΝΤ ΑΝΤΟΡΝΟ *Η εκπαίδευση μετά το Άουσβιτς* Νήσος, 2017, σελ. 13

<sup>5</sup> ΜΠΕΡΤΟΛΝΤ ΜΠΕΡΧΤ *Εγκώμιο στη Μάθηση*. Από το ΜΑΡΤΙΝ ΧΟΪΛΣ *Η Πολιτική της Παιδείας*. Μετ. Κάτια Σύρου, ΘΕΩΡΙΑ, 1981, σελ. 76

